

Tipos de interés, probabilidades de fuga y LTV

Carlos J. Gil Bellostá

5 de noviembre de 2005

Resumen

En este ensayo se discuten los fundamentos matemáticos y financieros para los algoritmos de descuento de flujos de caja en el cálculo del valor intertemporal total (LTV) de la cartera de clientes de una empresa y se ofrecen fórmulas cerradas aplicables a los casos más simples y que resultan fácilmente generalizables al resto.

Supóngase que existiese un mercado organizado en el que las compañías que operan en un sector pudiesen comprarse y venderse clientes por un sistema de subasta —análogo los de, si se desea, la renta fija y variable— sin más sujeción a ley que las de la oferta y demanda. Entonces podría definirse el LTV de un cliente —o su valor intertemporal— como el precio de la última transacción del mismo.

Es cierto que no existe tal mercado sino en una aproximación rudimentaria y poco eficiente: las empresas, de hecho, compiten entre sí por captar aquellos clientes que les resultan más rentables. Y sólo pueden saber si lo son de contar con una medida de su valor intertemporal, de su valor total, de su LTV. Claro que, al no existir transacciones con precios observables, el LTV tiene que estimarse mediante algún tipo de fórmula o algoritmo de valoración.

Toda acción comercial de una empresa sobre sus clientes, reales o potenciales, puede entenderse en términos de operaciones en este mercado ficticio. De ahí que la valoración precisa de los activos que transan en él, es decir, el LTV de los clientes, cobre una relevancia fundamental: es absolutamente necesario para conocer el ROI —o retorno de la inversión— de las campañas y otras acciones que se realicen.

La analogía entre el funcionamiento de un mercado financiero y un mercado liberalizado permite no sólo dar la perspectiva necesaria al concepto del LTV, sino, también, establecer dos paralelismos potencialmente fructíferos:

1. ¿Cómo puede y debe calcularse el LTV? ¿Existe un corpus de conocimiento dentro de la teoría de los mercados financieros que pueda reutilizarse y aplicarse directamente para la valoración intertemporal de clientes y carteras de clientes?
2. Una vez se cuenta con una herramienta para calcular el LTV, dado que las de valoración de activos financieros han encontrado ciertos usos y aplicaciones muy relevantes, ¿es posible reformular los problemas y cuestiones que permiten resolver dentro del ámbito financiero en el nuevo entorno? ¿Es posible explotar la analogía hasta encontrar usos insospechados y relevantes para la nueva fórmula del valor?

Las dos preguntas anteriores apuntan en direcciones distintas. La primera hace referencia a aspectos técnicos. A la segunda pueden encontrarse connotaciones estratégicas. En este breve ensayo nos ocuparemos tan sólo de ciertos aspectos de la primera y justificaremos la digresión como anuncio de otros futuros sobre lo que, a partir de ahora, consideraremos pendiente. Concretamente, lo que haremos en éste será aprovechar la analogía tendida en los párrafos anteriores para fundamentar teóricamente uno de los pilares centrales de la construcción de la fórmula del valor, el que tiene que ver con las tasas de descuento aplicadas a los flujos de caja futuros y su relación con el riesgo, reinterpretado como probabilidad de fuga.

1. El valor intertemporal del dinero y sus componentes

El dinero de hoy no vale lo mismo que el dinero de mañana. Existen dos factores que hacen que dos flujos de caja que suceden en fechas distintas no sean directamente agregables. De ambos se ocupan las dos secciones siguientes.

1.1. Los tipos de interés como medida del valor del consumo presente

El primero de ellos tiene que ver con lo que un economista denominaría la función de utilidad intertemporal de los agentes económicos: es un hecho que la mayoría prefiere consumir —o invertir— hoy y pagar mañana. Hay que incentivar a los agentes de la economía para que pospongan su consumo, hay que garantizarles que, retrasándolo, podrán consumir más.

Los tipos de interés son la medida de este incentivo. El que los tipos de interés a un año sean del 5% significa, simplemente, que un consumidor que posponga el consumo de un euro durante un año podrá consumir 1,05€ al cabo del mismo. En resumen, si r es el tipo de interés a un año, el valor de x euros de hoy es equivalente al de $x(1+r)$ euros al cabo de doce meses. O bien que el valor presente —o descontado— de un flujo de caja de x euros que haya de ocurrir al cabo de un año es

$$\frac{x}{1+r}.$$

Generalmente, los tipos de interés, aunque hagan referencia a plazos distintos, se especifican en términos anuales. De ahí que el valor de un euro al cabo de dos años sea $(1+r_2)^2$ euros, donde r_2 es el tipo de interés vigente para plazos de dos años. Aunque los tipos de interés a plazos distintos, es decir, r_1, r_2, \dots son distintos entre sí —y la diferencia es fundamental dentro del análisis financiero— en el resto del ensayo se supondrá que el tipo de interés vigente, r , no varía con el plazo. Así, el valor presente de un flujo de caja de x euros que ocurra al cabo de n años es

$$\frac{x}{(1+r)^n}.$$

1.2. Los tipos de interés como medida del riesgo asociado a flujos de caja futuros

Hasta este punto se ha tenido en cuenta sólo uno de los factores que encarecen los flujos de caja futuros. Para ello ha habido que obviar —asumiendo una hipótesis no explícita— las diferencias existentes entre los distintos agentes económicos. Pero es un hecho que, incluso teniendo un mismo plazo, préstamos distintos están sujetos a tipos de interés distintos. Y sucede así por la distinta apreciación del riesgo que tienen los prestamistas: cuanto mayor es el riesgo inherente a la operación —es decir, cuanto mayor es la probabilidad de que ocurra un impago— mayor es el tipo de interés aplicado.

Existe, no obstante, un tipo de flujo de caja para el que se considera que el riesgo nulo: el del reintegro de la deuda a corto plazo emitida por el estado. Por eso, el estado es —suele, debería ser— la institución que se financia al tipo de interés más bajo. Otras instituciones públicas, empresas y particulares tienen que pagar un sobreprecio¹ que mide su nivel de solvencia percibida.

En particular, si el estado puede financiarse a un tipo r —se reservará esta letra para el tipo de interés *sin riesgo*— y otro agente económico consigue un préstamo a un año con un tipo r' , la diferencia $r' - r > 0$ debe interpretarse de acuerdo con el siguiente ejemplo.

Un prestamista dispone de un capital C y se plantea dos opciones. La primera es invertir en deuda pública y recibir, al cabo de un año, $C(1 + r)$ euros. La segunda opción consiste en prestarle dicho capital al otro agente a una tasa de interés r' . Este segundo escenario se bifurca, pudiendo ocurrir:

1. El agente económico devuelve $C(1 + r')$ euros al cabo de un año.
2. El agente económico quiebra y no devuelve nada al cabo de un año.

Si la probabilidad de impago es p , entonces, la esperanza matemática del pago realizado es, precisamente, $(1 - p)(1 + r')C$. Comparando este valor con el resultado de la primera opción, $C(1 + r)$, se obtiene que

$$(1 + r) = (1 - p)(1 + r'),$$

es decir, que r' está definida mediante

$$1 + r' = \frac{1 + r}{1 - p},$$

una fórmula fundamental en lo que sigue. Vale la pena subrayar cómo r' es función creciente tanto de r como de la probabilidad p de impago.

Resulta esencial analizar el porqué de la principal de las hipótesis no explícitas a las que se ha recurrido en el razonamiento anterior: el que la relación entre los diferenciales de tipos de interés y la probabilidad de impago proceda de la igualdad de las esperanzas matemáticas de las dos alternativas de inversión. De hecho, hay situaciones en las que no sucede así y por eso se ha acuñado el término *aversión al riesgo*, para denotar actitud de los agentes económicos que, bajo determinadas circunstancias, dados a elegir entre dos posibles planes de inversión, se decantan por el más seguro a pesar de tener una rentabilidad media inferior al otro.

¹Generalmente conocido como *spread* o diferencial de tipos.

Esta situación justifica, por ejemplo, la existencia de los seguros, cuya rentabilidad desde el punto de vista de la compañía aseguradora radica en, precisamente, la diferencia existente entre la esperanza matemática de los pagos por siniestralidad —por ejemplo— y el que sus clientes están dispuestos a pagar en concepto de primas.

Y lo contrario sucede, por ejemplo, con los juegos de azar, donde la esperanza matemática del premio es inferior a la cuantía de las apuestas. Algunos individuos prefieren arriesgar pequeñas cantidades con la ilusión de obtener grandes premios aunque la esperanza matemática del conjunto de la transacción sea negativa.

Pero estos ejemplos no invalida la igualdad establecida anteriormente: tanto las compañías de seguros como los casinos y empresas que gestionan los juegos de azar extraen de la diferencia entre la la esperanza matemática y el sesgo que en una u otra dirección están dispuestos a pagar sus clientes sus beneficios.

De hecho, para una empresa con muchos clientes, lo lógico es actuar igualando la rentabilidad de una inversión segura —que siempre es una opción para ella— a la esperanza matemática de los flujos inciertos dado que, al igual que lo que sucede con las empresas de seguros y los casinos, se cumplen las condiciones bajo las cuales rigen las leyes de los grandes números².

2. Incertidumbre en el cálculo del LTV

El contenido de la sección anterior hay que reescribirlo en términos distintos si se quiere aplicar al cálculo del LTV de clientes. Hay que redefinir, incluso, el concepto de cliente. Un cliente se convierte la agregación de dos flujos de caja. Uno de ellos es cierto y corresponde a la suma de los márgenes generados a lo largo del tiempo por cada uno de los productos que tiene contratados. El segundo es incierto y corresponde a los productos que no ha contratado pero que podría llegar a contratar en un momento dado.

El cliente tiene una probabilidad anual y constante p_f de fugarse de la empresa. También, para cada uno de los productos que no ha contratado, tiene una probabilidad anual de contratación. En lo que sigue se supondrá que el número de productos adicionales se reduce a uno y que la probabilidad de contratación es p_c , supuesto que no sea ya cliente del mismo.

El objetivo de esta sección es el de definir un algoritmo para, a la luz de los resultados de la sección anterior, calcular el valor presente de ambos tipos de flujos de caja y, como consecuencia directa, el LTV de un cliente.

2.1. Valor presente de los flujos de caja ciertos

Los flujos de caja ciertos se supondrán iguales, de periodicidad anual e infinitos en el tiempo. Las dos primeras hipótesis podrían relajarse fácilmente; no obstante, eso complicaría las fórmulas que se obtuviesen al final sin aportar elemento conceptualmente interesante alguno al nivel de este ensayo. Sólo la

²No se cumplirían de existir correlaciones entre los eventos de fuga de los clientes. El análisis de correlaciones entre los diversos activos es fundamental, por ejemplo, en el análisis financiero del riesgo. No lo es tanto en otros sectores en los que, por ejemplo, en los que más nos interesan, las fugas de los clientes son, prácticamente, sucesos mutuamente independientes.

tercera exige un mayor nivel de análisis y se entiende si se contempla de acuerdo con lo discutido en la sección anterior: los flujos de caja, aunque el cliente se fugue, *existen*. Ocurre, únicamente, que están sujetos a una probabilidad de *impago* determinada por la probabilidad de fuga p_f .

De esta manera, aplicando todas las hipótesis de trabajo, los flujos de caja ciertos asociados a un cliente son cantidades iguales C con periodicidad. Si, como se va a hacer de momento, el tipo de interés —o de descuento— es r , el valor presente del flujo correspondiente al año n es

$$\frac{C}{(1+r)^n}$$

y el valor presente del conjunto de los flujos de caja es

$$\sum_1^{\infty} \frac{C}{(1+r)^n} = \frac{C}{r}.$$

No obstante, el flujo de caja correspondiente al periodo n está sujeto a un riesgo: que no se produzca porque el cliente se ha fugado a otra compañía. En la sección anterior se ha visto cómo el efecto de la incertidumbre en la recepción del flujo de caja tiene el efecto de incrementar la tasa de descuento. Esto sigue siendo cierto en el cálculo del LTV. En efecto, si p_f es la probabilidad de que el cliente se fugue durante el plazo de un año —supuesto que la tasa es constante—, entonces, la esperanza matemática del primer flujo de caja es

$$\frac{Cp_f}{1+r}.$$

La probabilidad de que se dé en n -ésimo flujo de caja es $(1-p_f)^n$, que implica que el cliente no se ha fugado en ninguno de los periodos anteriores al n -ésimo, es decir, que sigue siendo cliente al cabo de n periodos. De ahí que el valor presente de la esperanza matemática del n -ésimo flujo de caja sea

$$\frac{C(1-p_f)^n}{(1+r)^n} = C \left(\frac{1-p_f}{1+r} \right)^n,$$

expresión equivalente a la que resulta de descontar un flujo de caja de valor C en el periodo n -ésimo usando el tipo de interés r' definido mediante

$$1+r' = \frac{1+r}{1-p_f},$$

donde se observa que r' es mayor cuanto mayor sea r o el riesgo, p_f .

Por lo tanto, el valor presente de la serie total de los flujos de caja, de acuerdo con la sección anterior,

$$\frac{C}{r'}.$$

2.2. Valor presente de los flujos de caja ciertos

El principio para el cálculo del valor asociado a los flujos de caja potenciales es análogo. Los flujos de caja se suponen ciertos, pero están asociados a dos riesgos, el de fuga y el de no contratación. Como paso previo para calcular la

esperanza matemática del flujo de caja correspondiente al periodo n hay que calcular la probabilidad de que se produzca la compra del nuevo producto, que es

$$1 - (1 - p_c)^n$$

porque $1 - p_c$ es la probabilidad de que no se produzca la contratación en un año y $(1 - p_c)^n$ es, por lo tanto, la probabilidad de que no se produzca en ninguno de los n primeros periodos. La probabilidad de que el cliente no se haya fugado hasta el periodo n sigue siendo $(1 - p_f)^n$. La esperanza matemática descontada del flujo de caja es, por lo tanto,

$$C(1 - (1 - p_c)^n) \left(\frac{1 - p_f}{1 + r} \right)^n$$

o bien,

$$C \left[\left(\frac{1 - p_f}{1 + r} \right)^n - \left(\frac{(1 - p_f)(1 - p_c)}{1 + r} \right)^n \right].$$

Agregando estas cantidades sobre todos los valores posibles de n se obtiene que el valor presente del flujo de caja incierto es

$$\begin{aligned} \sum_1^{\infty} C(1 - (1 - p_c)^n) \left(\frac{1 - p_f}{1 + r} \right)^n &= \\ \sum_1^{\infty} C \left(\frac{1 - p_f}{1 + r} \right)^n - \sum_1^{\infty} C \left(\frac{(1 - p_f)(1 - p_c)}{1 + r} \right)^n &= \\ C \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''} \right) \end{aligned}$$

donde r' y r'' están definidas mediante

$$1 + r' = \frac{1 + r}{1 - p_f}$$

y

$$1 + r'' = \frac{1 + r}{(1 - p_f)(1 - p_c)}$$

respectivamente.

3. Resumen de los resultados

Esencialmente, el cálculo del LTV de un cliente se reduce al descuento de dos series periódicas de flujos de caja bajo una serie de hipótesis simplificadoras:

1. Los flujos de caja son anuales y constantes.
2. Las probabilidades de fuga p_f y de adquisición de nuevos productos p_c son constantes y no varían en el tiempo.
3. El tipo de interés sin riesgo r es constante en el tiempo e igual para todos los plazos.

De cumplirse, pueden obtenerse fórmulas cerradas para estimar el valor presente de las series de flujos de caja ciertos e inciertos. La correspondiente al primero es

$$\frac{C}{r'}$$

donde

$$1 + r' = \frac{1 + r}{1 - p_f},$$

y la correspondiente al segundo,

$$C \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''} \right)$$

donde r' está definida como antes y

$$1 + r'' = \frac{1 + r}{(1 - p_f)(1 - p_c)}.$$